

KÜMELER

Kümelerin birleşimi ($A \cup B$): Kümelerin bütün elemanlarından oluşur.

Kümelerin kesişimi ($A \cap B$): Kümelerin ortak elemanlarından oluşur.

Kümelerin Farkı ($A \setminus B$) veya ($A - B$): Birinci kümede olup ikinci kümede olmayan elemanlardan oluşur.

Dikkat: Bir eleman, her iki kümede de olsa bile sadece bir kez yazılır.

Örnek 1:

Aşağıda verilen kümelerle ilgili istenilenleri bulunuz.

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{2, 5, 9, 10, 11\}$$

a) $A \cup B = ?$

b) $A \cap B = ?$

c) $B \setminus A = ?$

d) $A \setminus B = ?$

Cevap

a) $A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9, 10, 11\}$

b) $A \cap B = \{2, 5\}$

c) $B \setminus A = \{9, 10, 11\}$

d) $A \setminus B = \{3, 7\}$

Örnek 2:

"ANKARA" sözcüğünü oluşturan harflerin kümesi A, "BURSA" sözcüğünü oluşturan harflerin kümesi B ise $s(A \cup B)$ kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11

Çözüm

"ANKARA" sözcüğünü oluşturan harflerin kümesi;

$$A = \{A, N, K, R\}$$

"BURSA" sözcüğünü oluşturan harflerin kümesi;

$$B = \{B, U, R, S, A\}$$

$$A \cup B = \{A, N, K, R, B, U, S\}$$

Eleman sayısı ise $s(A \cup B) = 7$ dir.

Cevap: B

ALT KÜMELER:

Alt Küme (\subset): A kümesinin her elemanı B kümesinin de elemanı Oluyorsa ($A \subset B$) yazılır.

Örnek 1:

$A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?

Çözüm:

Eleman Sayısı: $n = s(A) = 5$ 'dir.

Alt Küme Sayısı: $2^n = 2^5 = 32$ 'dir.

Örnek 2

$M = \{a, b, c, d\}$ kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?

Özalt Küme: Üsteki bulduğumuz sayıdan 1 çıkartıyoruz.

Örnek:

$A = \{a, b, c\}$ kümesinde,

I. $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

Her birisi A kümesinin alt kümeleridir.

II. $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

Her birisi A kümesinin özalt kümeleridir.

Eleman Sayısına Göre;

Örnek:

36 kişilik bir grupta 28 kişi satranç ve 15 kişi müzik kursuna katılmıştır. Her iki kursa katılan kaç öğrenci vardır?

- A) 7 B) 13 C) 16 D) 43

Satranç kursu A kümesi, müzik kursu B kümesi olsun.

Bu durumda gruptaki kişi sayısı $A \cup B$ ve her iki kursa katılanlar ise $A \cap B$ olacaktır.

Formülümüzde verilenleri yerleştirelim;

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$36 = 28 + 15 - s(A \cap B)$$

$$36 = 43 - s(A \cap B)$$

$$s(A \cap B) = 43 - 36 = 7 \text{ kişi her iki kursa katılmaktadır.}$$

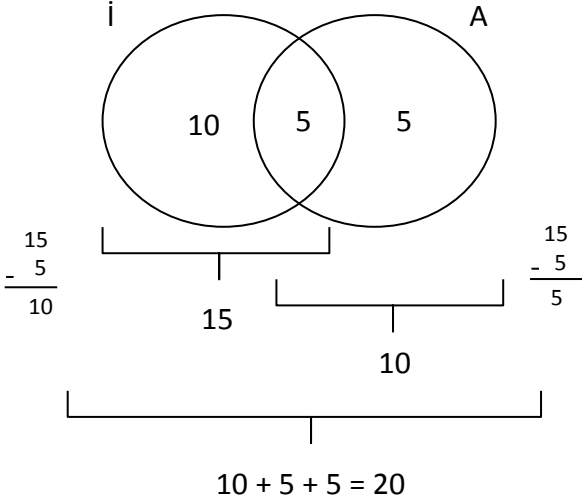
Cevap: A

Örnek:

Bir turist grubunda 15 kişi İngilizce, 10 kişi Almanca, 5 kişi de Hem İngilizce hem Almanca dilleri biliyor.

İngilizce veya Almanca bilen toplam kaç kişidir.

- A) 5 B) 15 C) 20 D) 30



Cevap: D

Örnek:

42 kişilik bir sınıfta her öğrenci matematik ve İngilizce kurslarından en az birine katılmaktadır. İngilizce kursuna 18 öğrenci, her iki dersin kursuna 6 öğrenci katıldığına göre, matematik kursuna katılan öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 36

Matematik kümesini "M", İngilizce kümesini "İ" harfi ile göstererek verilenlerimizi yazalım.

$$s(\text{İ}) = 18$$

$$s(\text{İ} \cup \text{M}) = 42$$

$$s(\text{İ} \cap \text{M}) = 6$$

$$s(\text{M}) = ?$$

Formülümüzde yerleştirelim.

$$s(\text{İ} \cup \text{M}) = s(\text{İ}) + s(\text{M}) - s(\text{İ} \cap \text{M})$$

$$42 = 18 + s(\text{M}) - 6$$

$$42 = 12 + s(\text{M})$$

$$s(\text{M}) = 42 - 12 = 30 \text{ öğrenci matematik kursuna gitmektedir.}$$

Cevap C

SAYILAR

İçinde eşitsizlik bulunan küme verilir, aralık sorulursa;

Küçük (<) sembolü için açık, küçükçeşit (\leq) sembolü için kapalı aralık yazıyoruz.

$a < x < b$ (a,b)	$a \leq x \leq b$ [a,b]	$a < x \leq b$ (a,b]	$a \leq x < b$ [a,b)
----------------------	----------------------------	-------------------------	-------------------------

Eşitsizlik verilir, küme sorulursa;

Açık aralık (yuvarlak parantez için < ve kapalı aralık (köşeli parantez) için \leq sembolü ile eşitsizlik oluşturup, seçeneklerde bu eşitsizliğin bulunduğu kümeyi buluyoruz.

$$(a,b] \rightarrow \{x | x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ a < x \leq b \end{array}$$

Örnek:

$\{x | x \in \mathbb{R}, 0 < x \leq 5\}$ kümesinin aşağıdakilerden hangisine eşittir.

- a) (0,5) b) [0,5) c) [0,5]

Çözüm:

$$\{x | x \in \mathbb{R}, 0 \leq x < 5\} = [0,5)$$

İki aralığın birleşimi sorulursa;

Aralıkları oluşturan ifadelerin en küçük ve en büyük olanlarını, parantezleriyle birlikte yanyana yazıyoruz.

Örnek:

[-2,3) ve (2,5) aralıklarının birleşimi nasıl olur?

Cevap:

$$[-2,5)$$

İki aralığın kesişimi sorulursa;

Aralıkları oluşturan ifadelerin en küçük ve en büyük olanlarını atıp kalanları parantezleriyle birlikte yanyana yazıyoruz. (Sola küçük, sağa büyük sayı yazılır.

Örnek:

[-2,3) ve (2,5) aralıklarının birleşimi nasıl olur?

Cevap:

$$[2,3)$$

Üslü Sayılar

Örneklerle Anlatım

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$$

Kuvveti (-) olan sayıların altına 1 yazıp ters çeviriyoruz.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} \rightarrow \frac{5}{3} \quad 5^{-1} \rightarrow \frac{1}{5} \quad 5^{-2} \rightarrow \frac{1}{25}$$

Parantezli bir ifadenin (çarpım veya bölümün kuvveti şeklinde soru sorulursa;

Dikkat: $(-a)^n \rightarrow n$ tek sayı ise sonuç $(-)$, n çift sayı ise $(+)$

Örnekler:

$$(-3)^2 = +9$$

$$(-2)^4 = +16$$

$$(-2)^3 = - 8$$

$$(-5)^{-2} = + \frac{1}{25}$$

Dikkat: 1'in her kuvveti yine 1'dir.

Örnek:

$$4^{234} = 1 ,$$

$$(-1)^{27} = -1 \rightarrow n \text{ tek sayı ise sonuç } (-), n \text{ çift sayı ise } (+)$$

$$(-1)^{20} = +1$$

$$(-2)^2 = + 4 \rightarrow -2'nin karesi parantez varsa + dır.$$

$$-2^2 = - 4$$

Parantezin içinde ve dışında üs var ise, içerdeki üs ile dışardaki üssü çarpıyoruz

Formül: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Örnek:

$$(2^5)^3 = 2^{15}$$

$$(-3^2)^4 = +3^8 \rightarrow n \text{ tek sayı ise sonuç } (-), n \text{ çift sayı ise } (+)$$

$$(-5^0)^7 = - 5^0$$

Üslü sayıların çarpım veya bölümüyle oluşmuş bir soru sorulursa;

Tabanları aynı olan sayılar çarpım halindeyse üstlerini topluyoruz.

Bölüm halinde ise payın üssünden, paydanın üssünü çıkarıyoruz.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \text{veya} \quad \frac{a^n}{b^m} = a^{n-m}$$

$$\text{Örnekler: } 4^3 \cdot 4^2 = 4^5$$

$$\frac{4^7}{4^3} = 4^4 \quad \frac{2^4}{2^{-1}} = 2^{5-(-1)} = 2^5 \quad (- \text{ ile } - \text{ çarpılırsa } + \text{ olur})$$

Üsleri aynı olan sayılar çarpım halinde ise tabanlarını çarpıyoruz. Bölüm halinde ise payı paydaya bölüyoruz.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \text{veya} \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b} \right)^n$$

Tabanları aynı olan sayılarla toplama ve çıkarma sorulursa;

Üssü en küçük ifadenin parantezine alarak işlemleri yapıyoruz. Paranteze alma işlemi yaparken, söz konusu küçük üssü

Parantezin içindeki üslerin hepsinden çıkarıyoruz.

$a^n + a^m - a^t$ ifadesinde n sayısı en küçük olsun. $\rightarrow a^n (a^{n-n} + a^{m-n} - a^{t-n})$ yazılır.

Örnekler:

$$\frac{5^5 + 5^7 + 5^9}{5^3 + 5^5 + 5^7} = \frac{5^5 (5^{(5-5)} + 5^{(7-5)} + 5^{(9-5)})}{5^5 (5^{(5-5)} + 5^{(7-5)} + 5^{(9-5)})} = \frac{5^5 (5^0 + 5^2 + 5^4)}{5^5 (5^0 + 5^2 + 5^4)} = \frac{5^5}{5^5} = 5^{5-5} = 5^0 = 1$$

Karaköklü Sayılar

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$ Kök mahkumları asla dışarı çıkmazlar!

$\sqrt{4} = 2, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \dots$ Tamkareler dışarı tam çıkarlar.

$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}, \dots$ Tamkare veya kök mahkumu olmayanlar.

Örnekler:

$$\sqrt{64} + \sqrt{25} = ? \rightarrow 8 + 5 = 13 \text{ – Her iki sayıda tamkare}$$

$$\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{36}} = ? \rightarrow \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \text{ = Her iki kökün içinde tam kare var}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{18} &= ? \rightarrow \sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{9 \cdot 2} \\ &= 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= -1\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

← İçerdeki sayılar tam kare veya kök mahkumu değiller.
Çarpanlarına ayırıp, diğer işlemleri yapıyoruz.

$$\sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}} = ? \rightarrow \sqrt{13 + \sqrt{7 + 2}} = \sqrt{13 + \sqrt{9}} = \sqrt{13 + 3} = \sqrt{16} = 4 \text{ ← İç içe köklerde, en içteki kökten başlıyoruz.}$$

Mutlak Değer

$|a| \rightarrow$ Mutlak değer $a \rightarrow$ Mutlak değer, içine yazılan sayıyı pozitif yapar.

Örnekler:

$$|4-5| + |-2+7| - |1-6| \rightarrow |-1| + |5| - |-5| = 1 + 5 - 5 = 1$$

$$|3 - |4-5|| \rightarrow |3-1| = 2$$